

(3.1) 曲線, 曲面の数式表現 Algebraic Representation of Curves and Surfaces

陽関数形式 explicit form

陰関数形式 implicit form

パラメータ形式 parametric form

線分のパラメータ表現 parametric representation of line segment

$$(1-t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1$$

(3.2) 2次曲線 Conic Sections (Quadratic Curves)

種類 categories

楕円 ellipse, 円 circle

放物線 parabola

双曲線 hyperbola

円錐の切断との関係 section of a cone

(3.3) ベジエ曲線 Bezier Curves

定義 Definition

$(n+1)$ 個の制御点 (control point) \mathbf{P}_k ($0 \leq k \leq n$)

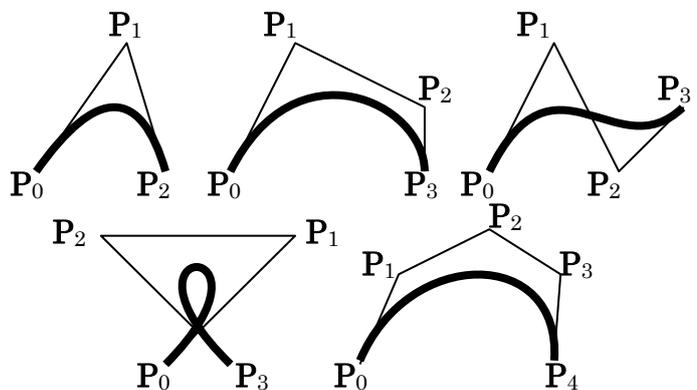
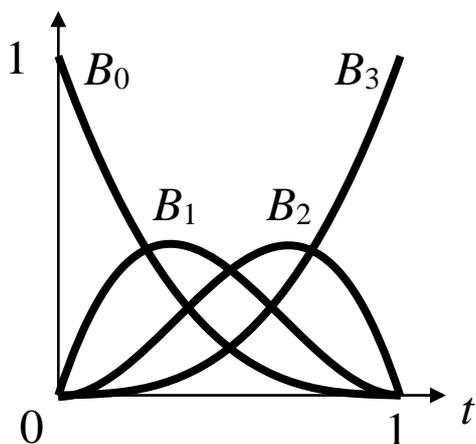
→ n 次のパラメトリック曲線 degree- n parametric curve

$$\mathbf{P}(t) = \sum B_k(t) \mathbf{P}_k \quad (0 \leq t \leq 1)$$

n 次ベジエ曲線 degree- n Bezier curve

$$B_k(t) = {}_n C_k t^k (1-t)^{n-k}$$

Blending Function (混合比)
 $\sum B_k(t) = 1$



性質 Properties

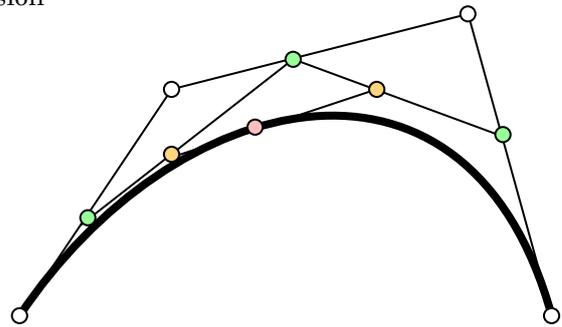
- 1) 端点の位置 start / end point
 P_0, P_n に一致する
- 2) 端点での傾き tangency at start / end point
直線 $P_0 P_1, P_n P_{n-1}$ に接する
- 3) 座標系非依存 coordinate system invariance
← 混合比の和が常に 1
- 4) 凸包性 convex-hull property
曲線は制御点の凸包 (convex hull) の内部に存在
← 混合比が非負, 和が 1
- 5) 対称性 symmetry property
制御点を逆順にしても同じ曲線
- 6) 変動減少性 variation diminishing property
曲線の「うねり」の数は制御多角形と同じか少ない

細分割による描画法 drawing method based on "subdivision"

曲線上の点 $P(\tau)$: 内分点 ($\tau:1-\tau$) を求める
→ ベジエ曲線を 2 分割

ベジエ曲線の作図手順

- 1) 細分割 ($\tau=0.5$ として, 中点をとる)
ステップ 1: 3 点 (#11, 12, 13)
ステップ 2: 2 点 (#22, 23)
ステップ 3: 1 点 (#33)
- 2) 細分割した 2 つの Bezier 曲線の制御点に印
前半部分: $P_0, \#11, \#22, \#33$
後半部分: $P_3, \#13, \#23, \#33$
- 3) 細分割した 2 つのベジエ曲線を描画
端点での曲線の接線に注意 ($P_0, \#33, P_3$)



MS-Word, Power Point での 3 次 Bezier 曲線の描画方法

- 1) 「図形描画」→「曲線」を選択, P_0 で左クリック, P_3 で左ダブルクリックし, 線分を描く.
- 2) 線分上で右クリックし「頂点の編集」を選択.
- 3) P_0 上で右クリック, 「頂点で線分を伸ばす」を選択.
- 4) □ 印で左クリックし, P_1 の位置までドラッグ.
- 5) P_3 上で左クリック
- 6) □ 印で左クリックし, P_2 の位置までドラッグ.

(3.4) ベジエ曲面 Bezier Surfaces

曲面パッチ surface patch

演習課題

- (1) 4 点 $(-2, 0), (-2, 4), (2, 4), (2, 0)$ をこの順に control point とする
3 次 Bezier 曲線の概形を描け.
- (2) 上記の曲線は, ある 3 次曲線の一部である.
両端を延長するとすれば, 曲線はどのように続くであろうか? 推測せよ.